MATEMÁTICAS

ÁREA: BÁSICA CLAVE DE LA ASIGNATURA: LA 102

OBJETIVO(S) GENERAL(ES) DE LA ASIGNATURA:

Al término del curso, el alumno analizará los principios de las matemáticas; aplicará los mismos como herramientas para operar en los comportamientos estadísticos, económicos y en particular los administrativos, dentro de las organizaciones.

2. Álgebra

El álgebra es, en escencia, la doctrina de las operaciones matemáticas analizadas desde un punto de vista abstracto y genérico, independiente de los números u objetos concretos. A lo largo de la historia de la humanidad esta ciencia ha ido evolucionando, y cada civilización y cada cultura con sus características propias han dejado un legado restimonial escrito del que en la actualidad somos herederos. (Lorente, 2007.)

2.1 El álgebra en administración

En este tema se mostrarán algunas de las aplicaciones que tiene el álgebra dentro de la administración, como son: las funciones costo, ingreso, utilidad, demanda, etc. etc.

Funciones lineales de costo

Al producir un bien se incurre en costos, que podemos desglosar en dos tipos:

- Fijos (CF), los que hace la empresa independiente del número de unidades del bien que fabrique.
- Variables unitarios (CVU), cambian con el número de unidades elaboradas.
- Ademas están los costos totales (CT), relacionados linealmente con las unidades de un bien (q). Así tenemos CT=CVUq+CF.

Ejemplo:

Una empresa de "cuadernos" y definimos costos fijos de $50,000 por mes. Y el costo vaariable unitario de $5.50/cuaderno para un nivel de producción entre 0 y 100 mil cuadernos por mes, nuestra función lineal de costos es CT= 5.50(40000)+50000; esto es, $27,000. En cambio, si deseamos fabricar 60 mil, el costo será: CT=5.50(60000)+50000, es decir, $38,000.

Funciones lineales de ingreso

Si tenemos un precio de venta fijo (PV), los ingresos de una empresa que comercializa un solo producto (I) serán del precio de venta por el número de bienes producidos y vendidos (q). Dado lo anterior, el ingreso de la empresa lo expresamos como I=PVq.

Ejemplo:

Consideremos la empresa del ejemplo anteior, si el precio al que la empresa vende sus cuadernos es de $10.00, su función de ingresos es I=10q. Ésta nos permite calcular el ingreso total al vender distintas cantidades de cuadernos mensualmente. Si queremos vender 40 mil cuadernos, el ingreso total será I=10(40000); esto es $400,000. En cambio, si logramos vender 60 mil cuadernos el ingreso será de $600,000.

Punto de equilibrio financiero

Un punto que les interesa a los administradores es aquel en que la empresa no pierde ni gana, cuando se equilibran con los costos; Punto de equilibrio financiero. Conociendo las funciones de costo total y de ingreso, este punto se calcula fácilmente igualando la función de ingresos con la de costos totales.

Ejemplo:

$I=10q$

$CT=5.50q + 50000$

$10q=5.50q+50000$

$4.50q=50000$

$q=50000/4.50$

$q=11.11$

Si redondeamos tendríamos el punto de equilibrio en 11 cuadernos.

Función lineal de utilidad

Aun cuando el punto de equilibrio financiero es interesante, la mayoría de las empresas se esfuerzan por tener utilidades. Con la información que poseemos es muy fácil obtener la **función utilidades (U),** pues éstas sólo son la diferencia entre el ingreso y el costo total.

U=I-CT. Sustituyendo por sus equivalentes, tenemos U=PVq-(CVUq+CF)=(PV-CVU)q-CF.

Entonces, en la fabrica citada en los ejemplos anteiores:

U=(10q-5.50q+50000)=4.50q-50000

Si deseamos saber cuál es la utilidad de producir y vender 30 mil cuadernos, debemos sustituir U=4.50(30000)-50000=85000.

2.2 Conjuntos

En este tema se estudiarán los fundamentos de la teoría de conjuntos, con el objetivo de comprender los conceptos relativos a la definición de conjuntos, notación y representación, y las operaciones básicas entre ellos, incluyendo al producto cartesiano.

Un **conjunto** es cualquier colección de objetos bien definidos. La buena definición se refiere a que siempre es posible determinar si un objeto pertenece o no a la colección. A los objetos de este conjunto se les denomina elementos del conjunto.

En estos términos, se puede hablar por ejemplo del conjunto de alumnos de la materia de álgebra, del conjunto de libros de la biblioteca o del conjunto de usuarios de telefonía celular de cierta marca, por citar sólo algunos. En el primer caso, los elementos son los alumnos; en el segundo, los elementos son los libros; y en el tercer caso, los elementos son los usuarios.

Se debe observar en cada uno de los ejemplos anteriores, que los conjuntos están bien definidos en el sentido de obedecer a una regla y satisfacer una característica o propiedad especifica.

Sea A un conjunto, cuando un elemento x_1 pertenece a un conjunto A se expresa de forma simbólica como: $x_1 \in A$. En caso de que un elemento x_2 no pertenezca a este mismo conjunto se utiliza la notación: $x_2 \notin A$.

Existen cuatro formas de enunciar a los conjuntos:

1) Por *extensión o enumeración:* los elementos son encerrados entre llaves y separados por comas. Es decir, el conjunto se describe listando todos sus elementos entre llaves.
2) Por *comprensión*: los elementos se determinan a través de una condición que se establece entre llaves. En este caso se emplea el símbolo | que significa “tal que". En forma simbólica es:

$$A = \{x \mid P(x)\} = \{x_1,\ x_2\ , x_3, \ldots, x_n\}$$

que significa que el conjunto A es conjunto de todos los elementos x tales que la condición P(x) es verdadera, como $x_1,\ x_2\ , x_3,$ etc.

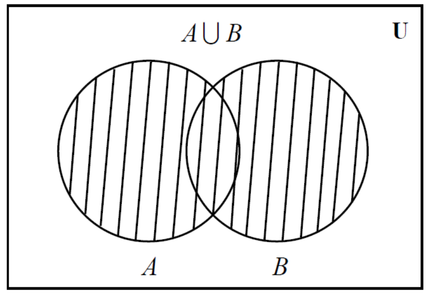
3) Por *Diagramas de Venn*: que son regiones cerradas que sirven para visualizar el contenido de un conjunto o las relaciones entre conjuntos
4) Por descripción verbal: Es un enunciado que describe la característica que es común para los elementos.

Conjuntos con nombres específicos

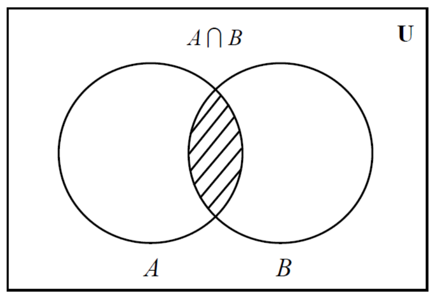
- Un conjunto vacío o nulo es aquel que no posee elementos. Se denota por ϕ.
- Un conjunto universal es aquel que contiene a todos los elementos bajo consideración. Se denota por U. Gráficamente se le representará mediante un rectángulo.
- Un conjunto finito es aquel cuyos elementos pueden ser contados.
- Un conjunto infinito es aquel cuyos elementos no pueden ser contados, es decir, su cardinalidad no está definida.
- Dos conjuntos son iguales si tienen exactamente los mismos elementos. Se denota por el símbolo =.
- Dos conjuntos son equivalentes si tienen la misma cantidad de elementos, es decir, si poseen la misma cardinalidad. Se denota por el símbolo $\approx$

Operaciones con conjuntos

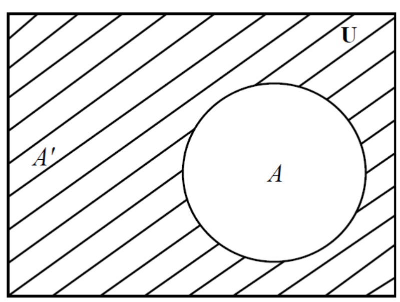
La **unión** de los conjuntos A y B es el conjunto de todos los elementos de A con todos los elementos de B sin repetir ninguno y se denota como A∪B. Esto es: $AUB = \{x \mid x \in A\ o\ x \in B\}$ gráficamente se puede representar de la forma siguiente:



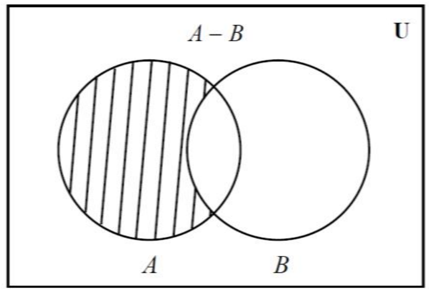
La **intersección** de los conjuntos A y B es el conjunto de los elementos de A que también pertenecen a B y se denota como A⋂B. Esto es: $A \cap B = \{x \mid x \in A\ y\ x \in B\}$ gráficamente se puede representar de la forma siguiente:



El **complemento** del conjunto A con respecto al conjunto universal U es el conjunto de todos los elementos de U que no están en A y se denota como A'. Esto es: $A' = \{\, x \in U \mid x \notin A\}$.



La **diferencia** de los conjuntos A y B (en ese orden) es el conjunto de los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B y se denota como A- B. Esto es $A - B = \{\, x \mid x \in A\ \ y\, x \notin B\}$.

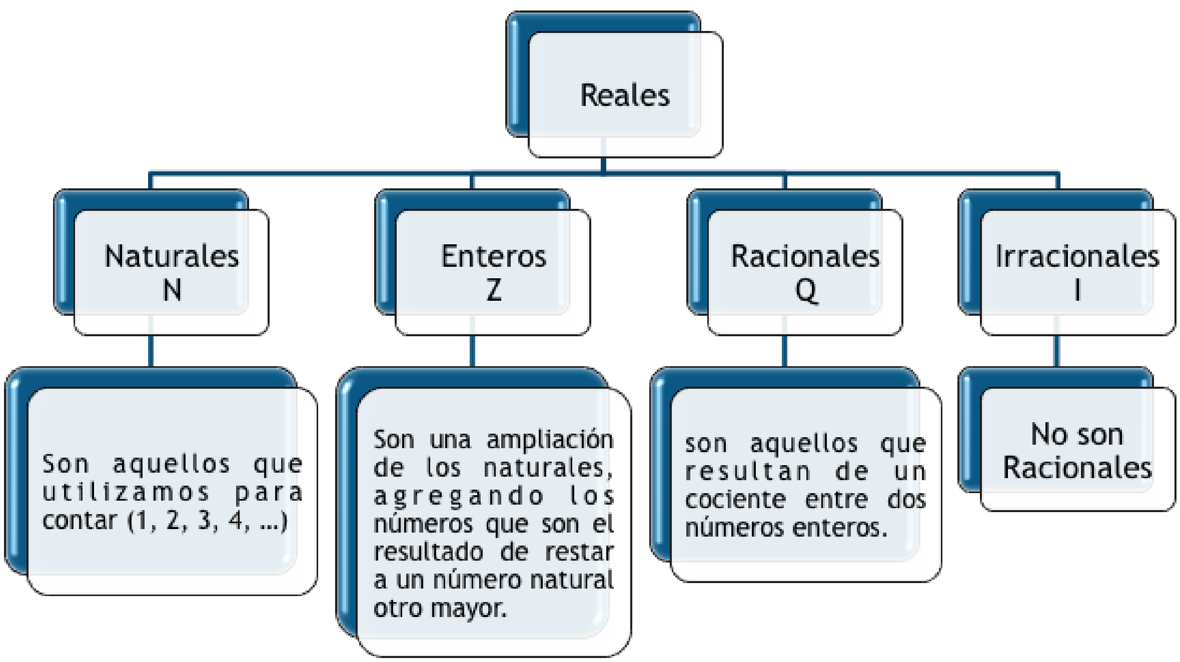


2.3 Números reales

En este tema el estudiante identificará a los números reales como uno de los conjuntos más importantes, para ello se desarrollaran dos enfoques:

- Enfoque intuitivo.
- Visión axiomática.
- Interpretación geométrica.

A manera de recordatorio mostramos el siguiente cuadro explicado en la primera sesión del presente curso.



El conjunto de los números reales resulta de la unión del conjunto de los números racionales con el conjunto de los números irracionales.

Operaciones fundamentales y sus propiedades

Con el enfoque axiomático, se establece que el sistema de los números reales es un conjunto que se denota por R, que contiene más de un elemento y tiene dos operaciones básicas: adición (denotada por +) y multiplicación (denotada por •), que cumplen los siguientes axiomas:

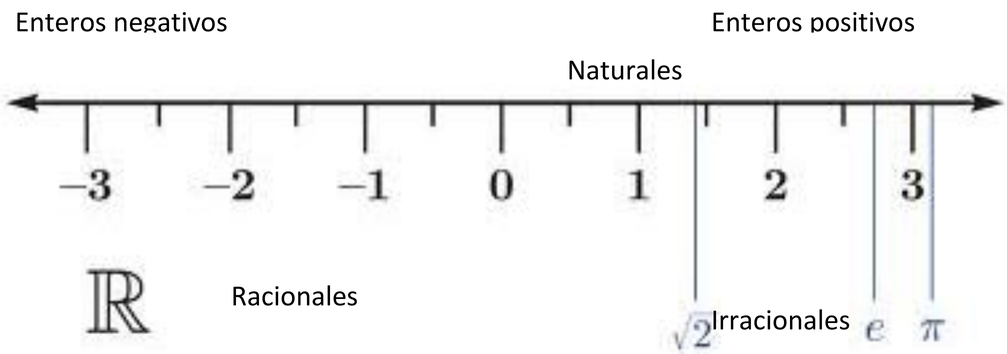
- Conmutativo: a + b = b + a y ab = ba, para todo a, b ЄR.
- Asociativo: a+(b+c) = (a+b) + c y a(bc) = (ab)c, para todo a, b, c ЄR.
- Distributivo:a(b+c)=(ab)+(ac)y(b+c)a=(ba)+(ca),para todo a,b, c ЄR.
- Existencia de elemento neutro: Existen los elementos 0 y 1, tales que a+0=a, y a1= a, para cada a ЄR.
- Existencia de inversos: Aditivos, para cada a ЄR existe un único -a ЄR tal que a+(-a) = 0.
- Multiplicativos, para cada a ЄR distinto de cero, existe un único elemento denominado el inverso multiplicativo denotado por o a-1 en R tal que (a-1) = 1.

Finalmente, se enuncian algunas de las propiedades de los números reales:

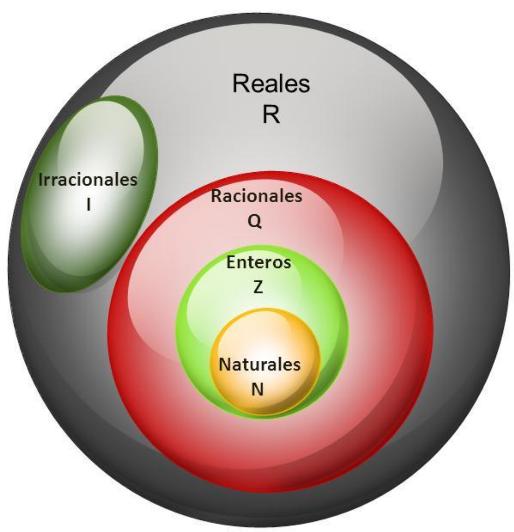
- Ley de cancelación del producto: Para todo a, b, c Є R, con a ≠ 0, si ab = ac, entonces b = c.
- Ley de cancelación de la suma: Para todo a, b, c Є R, si a + b = a + c, entonces b = c.
- Relación de orden: En el conjunto de los números reales hay una relación de orden que extiende la relación de orden de los números naturales, enteros, racionales e irracionales.
- Valor absoluto: El valor absoluto de un número real a, es el número real no negativo, y como se ha descrito su notación es: |a|.
- Distancia entre dos reales: La distancia entre a y b números reales, es el número real no negativo dado por el valor absoluto de su diferencia: |a−b|.
- Desigualdad triangular: Si a y b son dos números reales cualquiera, se cumple la desigualdad |a+b|≤ |a|+|b| denominada desigualdad triangular.
- Sustracción: Si a y b son números reales, entonces “a menos b” a – b = a +(-b).
- División: Si a y b son números reales con b ≠0, entonces “a entre b” a/b = ab^{-1}.
- Ley de los signos: La multiplicación y la división de dos números reales distintos de cero es un número positivo si ambos tienen el mismo signo, y es un número negativo si tienen diferente signo.

Recta numérica

Una representación gráfica de los números reales denominada recta real, corresponde a aquella que describe puntos de una línea recta y que permite visualizar principalmente, la relación de orden de estos números. La siguiente figura ilustra esta recta real con algunos números:



Los diagramas en la notación de conjuntos son una visión adicional del conjunto de los números reales:



Con base en la teoría desarrollada y analizando las gráficas anteriores, se concluye que todo número natural es subconjunto propio de los números enteros, que todo número entero es un subconjunto propio de los números racionales, y que todo número racional es subconjunto propio de los números reales.

Además, y como ya se ha indicado, el conjunto de los números reales es la unión de los racionales con los irracionales, y la intersección del conjunto de los números racionales con el conjunto de los números irracionales es igual al conjunto nulo.

Referencias

Lorente, A. (2007). Historia del álgebra y de sus textos. Universidad Autónoma de Madrid. España. Recuperado de http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/barcelo/historia/

Montero, G (et al). (2005). Apuntes para la asignatura matemáticas básicas. Fondo Editorial FCA. México, D.F.

Pérez, F. (2008).CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL DE FUNCIONES DE UNA VARIABLE. Universidad de Granada. España.

Rico C. (2012). Álgebra. RED TERCER MILENIO S.C. Tlalnepantla. Estado de México. México.